

sultati di una nostra Memoria col titolo di : *Risoluzione ad probbma : riportare i punti di una superficie sopra un piano in modo che le linee geodetiche vengano rappresentate da linee rette **).

Il principio che ha servito a risolvere questo problema è il seguente. Quando i punti di una superficie si fanno corrispondere, secondo una legge qualunque, con quelli di un piano, si possono sempre prendere per le due variabili indipendenti «, v che devono individuare i punti della superficie le stesse coordinate rettangolari x, y dei punti corrispondenti del piano. Ciò ammesso, se la rappresentazione dev'essere tale che alle geodetiche della superficie corrispondano le rette del piano, bisogna che l'equazione differenziale di 2° ordine delle linee geodetiche abbia per suo integrale completo un'equazione lineare fra u e v , e quindi bisogna che la detta equazione differenziale si riduca semplicemente a questa

$$du \cdot d^2v - dv \cdot d^2u = 0.$$

Ora dalla forma generale dell'anzidetta equazione differenziale si ricava che ciò succede solamente quando le funzioni E, F, G componenti l'elemento lineare

$$- Gdv^2$$

soddisfanno a quattro relazioni, le quali insegnano che all'elemento stesso si può sempre dare la forma

$$ds^2 = \frac{p(VV + v^2)du^2 - 2uvdudv + (a^2 - j \sim u \wedge dv^2}{a^2 - u^2 - v^2}$$

dove R ed a sono costanti arbitrarie. Per riconoscere la natura delle superficie contenute in questa forma si è calcolata l'espressione della curvatura sferica (prodotto inverso

dei due raggi di curvatura principale) e si è trovato per essa il valore $\frac{1}{R^2}$, donde si

è concluso che le superficie in discorso hanno la loro curvatura sferica costante, epperò che queste sole superficie ammettono la rappresentazione piana colla condizione prescritta. Nella citata Memoria si sono supposte reali le costanti R ed a , perché lo scopo in vista del quale quelle ricerche erano state istituite dava speciale rilievo a questa ipotesi. Ed appunto per ciò si è osservato che quell'elemento conviene in particolare ad una superficie sferica di raggio R , tangente al piano figurativo nell'origine delle coordinate e rappresentata sul piano stesso per mezzo della proiezione centrale ; nel qual caso le variabili u, v sono precisamente le coordinate rettangolari della proiezione del punto a cui quelle variabili si riferiscono.

*) Annali di Matematica pura ed applicata, t. VII (1865), pag. 185; oppure
queste OPERE, voi. I, pag. 262.